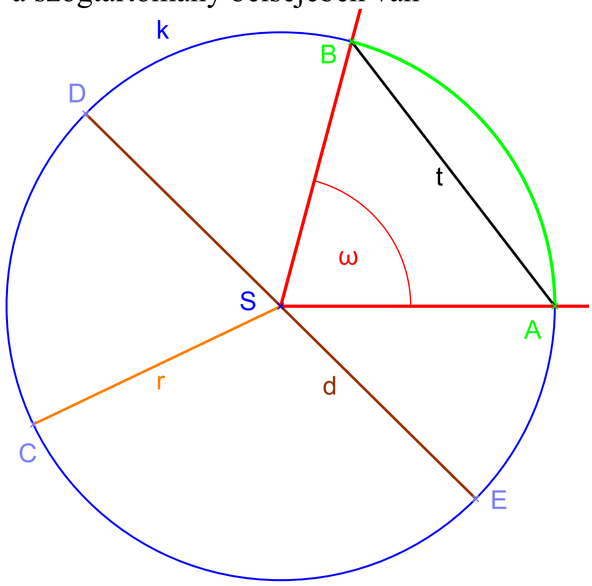
A körvonal kerülete, a kör és részei területe
(Obvod kružnice, a obsah kruhu a jeho častí)

D. A ***körvonal*** a sík azon pontjainak halmaza, melyek egy adott ponttól azonos távolságra vannak. Az adott pont a ***kör középpontja*** (S) és az azonos távolság pedig a kör sugara.
A ***kör*** a sík azon pontjainak halmaza, melyek egy adott ponttól azonos vagy kisebb távolságra vannak.

a kör sugara (polomer kružnice) (r) – a kör középpontját a körvonal egy tetszőleges pontjával összekötő szakasz
a kör átmérője (priemer kružnice) (d) – a körvonal két pontját összekötő szakasz, mely áthalad a középponton
körív (kružnicový oblúk) – a körvonal két különböző pontja (A és B) a körvonalat két körívre osztja
D2 – a körön áthaladó egyenes [szelő] a körvonalat két körívre osztja
D3 – egy középponti szög és a körvonal közös része
húr (tetiva) – a körvonal két pontját összekötő szakasz (a szelő és a kör közös része)
középponti szög (stredový uhol) (ω) – az AB ívhez (az AB húrhoz) tartozó, csúcsa a középpontban van, szárai a pontokhoz illeszkednek és a körív a szögtartomány belsejében van



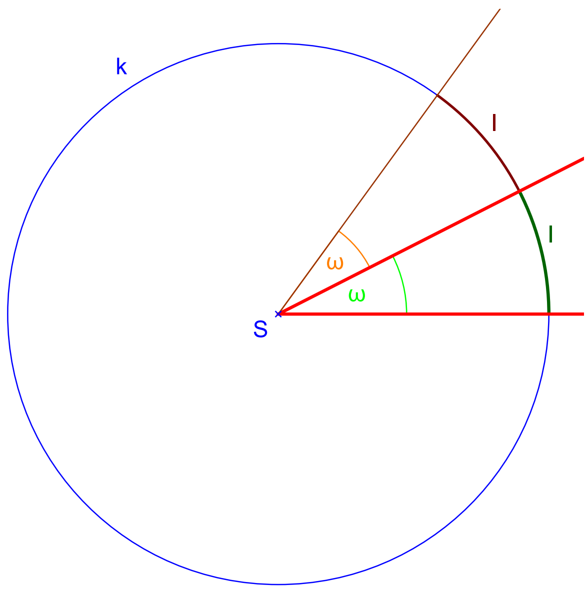
$o = 2\pi r = \pi d$

$S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$

1. körív (kružnicový oblúk)

M. Ha megkettőzzük a középponti szöget, akkor az általa meghatározott körív hossza is duplája lesz. Vagyis a körív hossza egyenesen arányos a hozzá tartozó középponti szöggel. Ezért ennek hossza úgy számítható, hogy kiszámoljuk a körvonal kerületét, ezt elosztjuk 360°-kal (így megkapjuk az 1°-os középponti szöghöz tartozó körív hosszát), majd ezt megszorozzuk a fokmértékben adott középponti szöggel.

$l = \frac{2\pi r}{360°}.\omega$

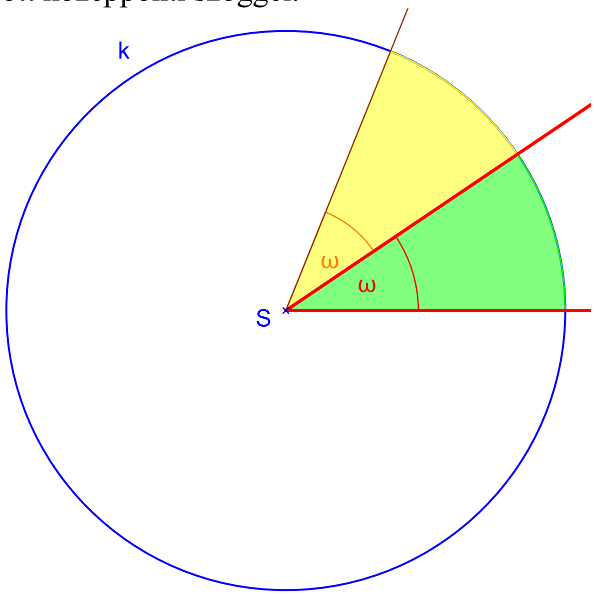


2. körcikk (kruhový výsek)

körcikk – egy középponti szög a kört két körcikkre osztja: a középponti szög és a kör közös része

- Kerületét megkapjuk, ha a körív hosszához hozzáadjuk a sugár kétszeresét – mint az alakzat határait.

M. Ha megduplázzuk a középponti szöget, akkor az általa meghatározott körcikk területe is kétszer akkora lesz. Ezért a körcikk területe egyenesen arányos a hozzá tartozó középponti szöggel. Így a területét a kör területéből kapjuk: elosztjuk 360°-kal (így megkapjuk az 1°-os középponti szöghöz tartozó körcikk területét), majd ezt megszorozzuk a fokmértékben adott középponti szöggel.



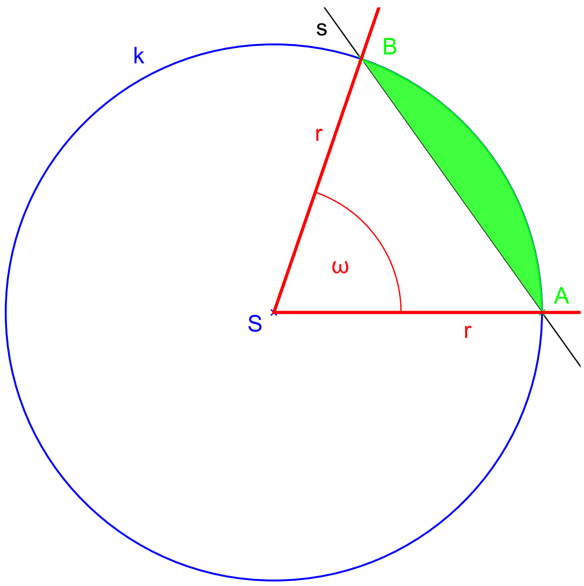
$$o_{KC} = \frac{2\pi r}{360°}.\omega + 2.r$$

$$S_{KC} = \frac{\pi r^2}{360°}.\omega$$

3. körszelet (kruhový odsek)

körszelet – egy szelő a kört két körszeletre osztja

- Kerületét megkapjuk, ha a körív hosszához hozzáadjuk a húr hosszát – mint az alakzat határait.
- Területe a körcikk területéből számítható – a körcikk területéből kivonjuk az egyenlő szárú háromszög területét (ABS△)



$$o_{KSz} = \frac{2\pi r}{360°}.\omega + 2r.\sin\frac{\omega}{2}$$

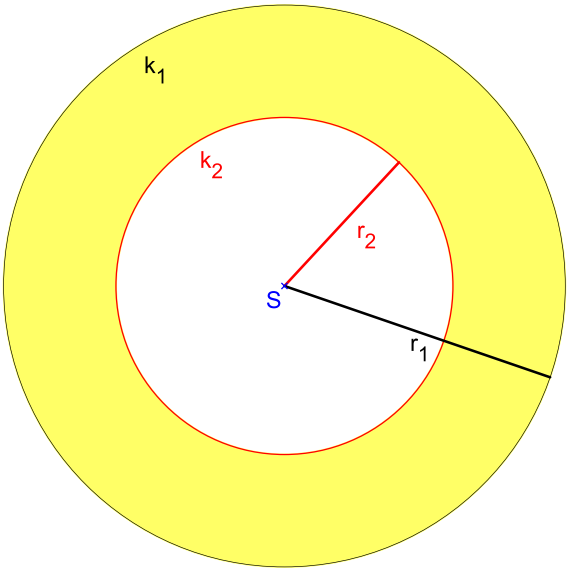
$$S_{KSz} = \frac{\pi r^2}{360°}.\omega - \frac{r^2.\sin\omega}{2}$$

4. körgyűrű (medzikružie)

körgyűrű – két koncentrikus kör (közös középpontú, különböző sugarú körök) határozza meg – a közéjük eső terület

- Kerületét megkapjuk, ha összeadjuk a két kör kerületét – mint az alakzat határait.

- Területe a két kör területének különbsége.



$o_{KGy} = 2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 2\pi(r_1 + r_2)$
$S_{KGy} = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi(r_1^2 - r_2^2)$

példa:

Mekkora s utat tesz meg az óra másodpercmutatójának a vége egy hét alatt, ha hossza 1,5 *cm*?

először a kör kerületét számoljuk ki – 1 perc alatt ennyi utat tesz meg
$o = 2\pi r = 2\pi.1{,}5 = 9{,}425\ cm$
kiszámítjuk, hogy mennyiszer járja körbe – mennyi percből áll a hét
1 hét = 7 nap = 7.24 óra = 7.24.60 perc
n = 7.24.60 = 10 080
ezt beszorozzuk a kerülettel
$s = n.o = 10\,080.9{,}425 = 95\,001{,}76\ cm = 950{,}02\ m$

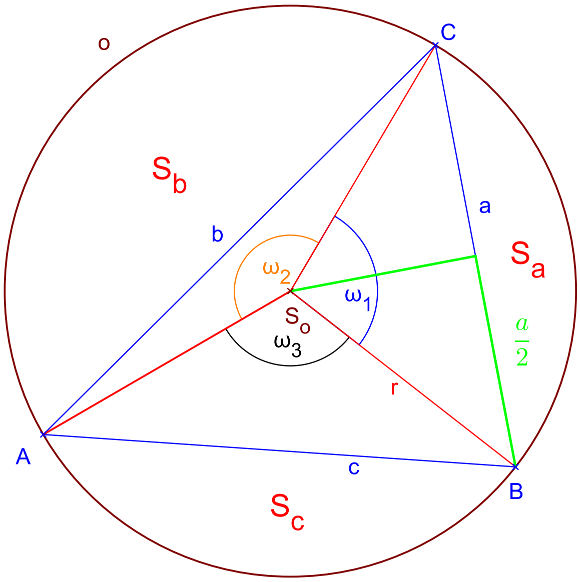
Határozzuk meg annak a körnek a sugarát centiméterekben, melynek ugyanakkora a területe, mint az 1,2 *m* oldalú négyzetnek.

először a négyzet területét számítjuk ki
$S = a^2 = 1{,}2^2 = 1{,}44\ m^2$
a kör területéből kifejezzük a sugarat
$S = \pi r^2$
$r^2 = \frac{S}{\pi}$
$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{1{,}44}{\pi}} = 0{,}677\,03\ m = 67{,}703\ cm$

Határozzuk meg a körív l hosszát, ha adottak: r = 42 és ω = 125°.

először a kör kerületét számoljuk ki
$o = 2\pi r = 2\pi.42 = 263{,}894$
$l = \frac{o}{360°}.\omega = \frac{263{,}894}{360°}.125° = 91{,}630$

Az ABC háromszög köré, melynek oldalai a = 20, b = 24, c = 30, kör van írva. Számítsuk ki az S_a, S_b, S_c körszeletek területét, melyeket az a, b, c oldalak határoznak meg.



kiszámítjuk a háromszög területét

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+24+30}{2} = 37$

$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{37.17.13.7} = \sqrt{57\,239} = 239{,}247$

ebből kapjuk a körül írt kör sugarát

$r = \frac{abc}{4S} = \frac{20.24.30}{4.239{,}247} = 15{,}047$

szükségünk van a középponti szögekre – a $BCS_o\triangle$ egyenlő szárú ⇒ az alaphoz tartozó magasság felezi az alapot és a szárak szögét is

$\sin\frac{\omega_1}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{r} = \frac{a}{2r} = \frac{20}{2.15{,}047} = 0{,}664\,6 \;\rightarrow\; \frac{\omega_1}{2} = \sin^{-1} 0{,}664\,6 = 41°38'59'' \;\rightarrow\; \omega_1 = 83°17'58''$

így már ismert minden adat ahhoz, hogy kiszámíthassuk a körszelet területét

$S_a = \frac{\pi r^2}{360°}.\omega_1 - \frac{r^2.\sin\omega_1}{2} = \frac{\pi.15{,}047^2}{360°}.83°17'58'' - \frac{15{,}047^2.\sin 83°17'58''}{2} = 164{,}589 - 112{,}436 = 52{,}153$

a másik két szeletnél is hasonlóan járunk el

$\sin\frac{\omega_2}{2} = \frac{b}{2r} = \frac{24}{2.15{,}047} = 0{,}797\,5 \;\rightarrow\; \frac{\omega_2}{2} = \sin^{-1} 0{,}797\,5 = 52°53'28'' \;\rightarrow\; \omega_2 = 105°46'55''$

$S_b = \frac{\pi r^2}{360°}.\omega_2 - \frac{r^2.\sin\omega_2}{2} = \frac{\pi.15{,}047^2}{360°}.105°46'55'' - \frac{15{,}047^2.\sin 105°46'55''}{2} = 209{,}012 - 108{,}942 = 100{,}070$

$\omega_3 = 360° - (\omega_1 + \omega_2) = 360° - (83°18' + 105°47') = 360° - 189°4'53'' = 170°55'7''$

$S_c = \frac{\pi r^2}{360°}.\omega_3 - \frac{r^2.\sin\omega_3}{2} = \frac{\pi.15{,}047^2}{360°}.170°55'7'' - \frac{15{,}047^2.\sin 170°55'7''}{2} = 337{,}715 - 17{,}869 = 319{,}846$

Milyen széles a körgyűrű, melynek területe 896 és belső átmérője 24,2?

először a belső kör területét számoljuk

$S_2 = \pi r_2^2 = \pi.12{,}1^2 = 459{,}961$

a körgyűrű területe a két kör területének különbsége → ebből kifejezzük a külső kör területét

$S = S_1 - S_2 \;\rightarrow\; S_1 = S + S_2 = 896 + 459{,}961 = 1\,355{,}961$

így kiszámíthatjuk a nagyobbik kör sugarát

$S_1 = \pi r_1^2 \;\rightarrow\; r_1^2 = \frac{S_1}{\pi} = \frac{1\,355{,}961}{\pi} = 431{,}616$

$r_1 = 20{,}775$

a körgyűrű szélessége pedig a két sugár különbsége

$h = r_1 - r_2 = 20{,}775 - 12{,}1 = 8{,}675$