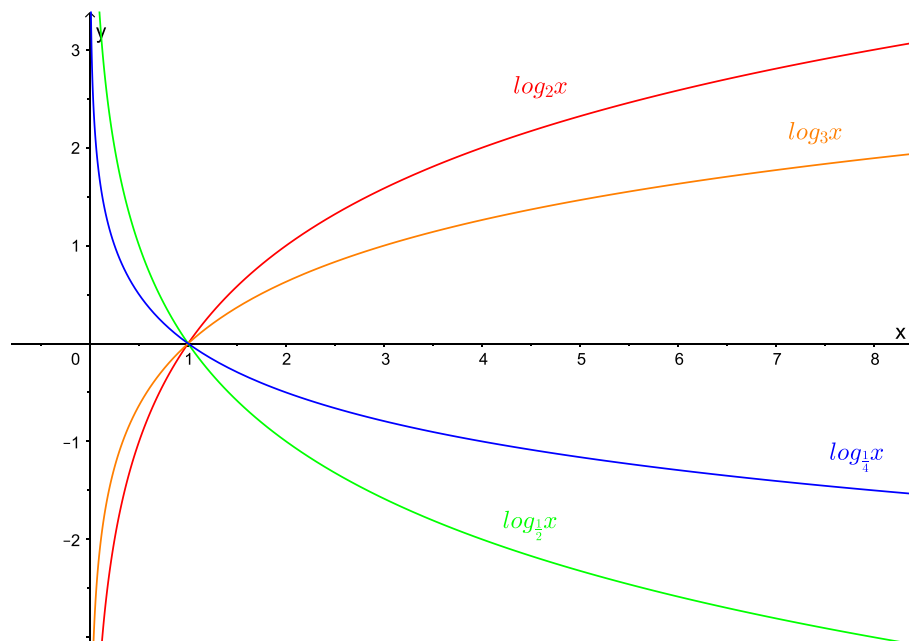


Logaritmická funkcia

D. Logaritmická funkcia je inverznou funkciou k exponenciálnej funkcii. (Exponenciálna funkcia je inverznou funkciou logaritmickkej.) Základ logaritmickkej funkcie je totožný so základom exponenciálnej.

$f: y = \log_a x$ $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\} = (0; 1) \cup (1; \infty)$
 „logaritmická funkcia pri základe a (so základom a)“

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	y
2^x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	2	4	8	$\log_2 x$
3^x	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	3	9	27	$\log_3 x$
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	$\sqrt{2}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\log_{\frac{1}{2}} x$
$\left(\frac{1}{4}\right)^x$	64	16	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\log_{\frac{1}{4}} x$



$D_f = \mathbb{R}^+ = (0; \infty)$

$H_f = \mathbb{R}$

G. logaritmická krivka

M. pre $0 < a < 1$ m.↓
 pre $a > 1$ m.↑

N.B. $X(1; 0)$

Ext. nemá

S.B. $(1; 0)$

D. Logaritmus čísla b pri základe a je mocniteľ x , ktorým ak umocníme základ a , dostaneme naspäť číslo b .

$$\log_a b := x \Leftrightarrow a^x = b \Rightarrow a = \sqrt[x]{b}$$

základ logaritmu – a

argument logaritmu – b

logaritmus – x

Ak hľadáme logaritmus, musíme položiť otázku: „základ na koľkú sa rovná argumentu“

pr. $\log_2 128 =$

„dva na koľkú sa rovná 128“ – odpoveď: 7

takže $\log_2 128 = 7$, lebo $2^7 = 128$

dekadický alebo Briggsov logaritmus: $\log x = \lg x = \log_{10} x$

prirodzený alebo Napierov logaritmus: $\ln x = \log_e x$

$$\ln x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{(x-1)^n}{n} \pm \dots = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{(x-1)^i}{i}$$

$$\ln x = \frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \frac{(x-1)^4}{4x^4} + \dots + \frac{(x-1)^n}{nx^n} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(x-1)^i}{ix^i}$$

V. $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}; x, y > 0$

a, logaritmus súčinu sa rovná súčtu logaritmov činiteľov

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

b, logaritmus podielu sa rovná rozdielu logaritmov čitateľa a menovateľa

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

c, logaritmus mocniny sa rovná mocniteľ-násobku logaritmu základu

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

d, logaritmus odmocniny sa rovná logaritmus základu delený s odmocniteľom

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{\log_a x}{n}$$

ďalšie vlastnosti:

$$a^x = e^{x \cdot \ln a}$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

prechod na prirodzený základ

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$